

ESEMPI DI SIMULAZIONE

Corso di Tecniche di Simulazione, a.a. 2005/2006

Francesca Mazzia

Dipartimento di Matematica
Università di Bari

7 Marzo 2006

Esempi di simulazione

- Presentiamo alcuni esempi di simulazione che possono essere eseguiti utilizzando una tabella di simulazione;
- La tabella di simulazione fornisce un metodo sistematico per tracciare lo stato del sistema nel tempo;
- Gli esempi cercano di descrivere in modo semplice la metodologia della simulazione di sistemi discreti e la statistica descrittiva usata per predire il comportamento del sistema;

Passi della simulazione

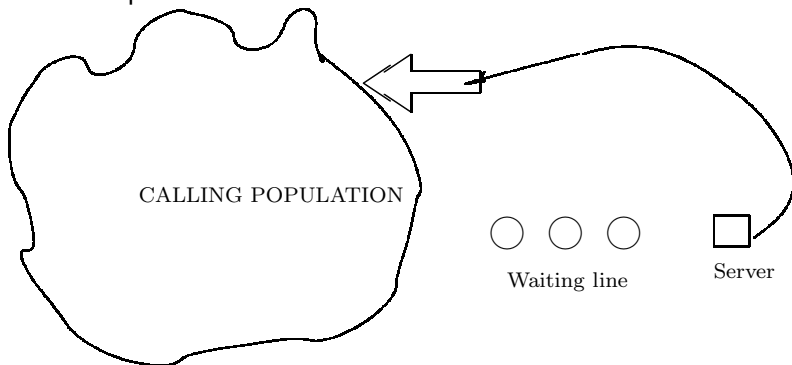
- Determinare le caratteristiche dei dati di input della simulazione.
Spesso questi dati possono essere modellati utilizzando distribuzioni di probabilità o continue o discrete;
- Costruire una tabella di simulazione.
- Ripetutamente: generare un valore per ognuno degli input, valutare la funzione che rappresenta il sistema e calcolare la risposta. I dati di input sono generati utilizzando valori campionati della distribuzione determinata nel passo 1.

Tabella di simulazione

Ripetizioni	Input						risposta
	x_{i1}	x_{i2}	\cdots	x_{ij}	\cdots	x_{ip}	y_i
1							
2							
3							
n							

Simulazione di sistemi a coda

Un sistema a coda è descritto dai suoi possibili clienti che definiscono la “calling population”, dalla natura degli arrivi, dal meccanismo di servizio, e dalla disciplina della coda.



Code a canale singolo

- In una coda a singolo canale la “calling population” è infinita; cioè se un'unità lascia la popolazione ed entra in coda o viene servita, non vi sono cambiamenti nel tempo di arrivo di altre unità;
- Gli arrivi si verificano un alla volta in modo casuale; Una volta che raggiungono la coda sono alla fine serviti;
- Inoltre i tempi di servizio sono di lunghezza casuale, secondo una distribuzione di probabilità che rimane invariata nel tempo;
- La capacità del sistema non ha limiti;
- Le unità sono servite in ordine di arrivo (FIFO: First IN First Out) da un singolo server;

Coda a canale singolo

- Gli arrivi ed i servizi sono definiti dalla distribuzione del tempo fra gli arrivi e dalla distribuzione dei tempi di servizio;
- Supponiamo di lavorare con code stabili, in cui non succede mai che il numero di elementi in attesa cresca senza limiti; Per avere code stabili devono essere rispettati dei vincoli fra i tempi di arrivo e i tempi di servizio;
- Dobbiamo approfondire i concetti di stato del sistema, eventi e “simulation clock”

Coda a canale singolo

- Lo stato del sistema è il numero di unità nel sistema e lo stato del server che può essere libero o occupato;
- Un evento è un insieme di circostanze che causano un cambiamento istantaneo nello stato di un sistema; ci sono solo due possibili eventi: l'ingresso di una unità nel sistema (evento arrivo) il completamento del servizio di una unità (evento partenza);
- Il sistema include il server, l'unità che viene servita, le unità nella coda;
- il clock di simulazione viene utilizzato per tracciare il tempo simulato;

Diagramma di flusso

Servizio appena completato

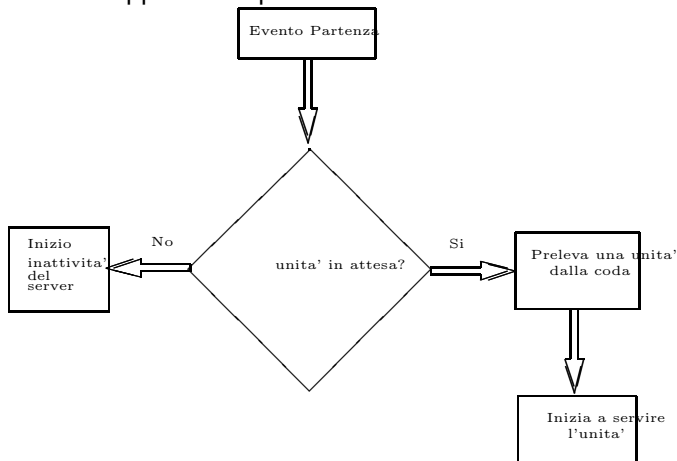
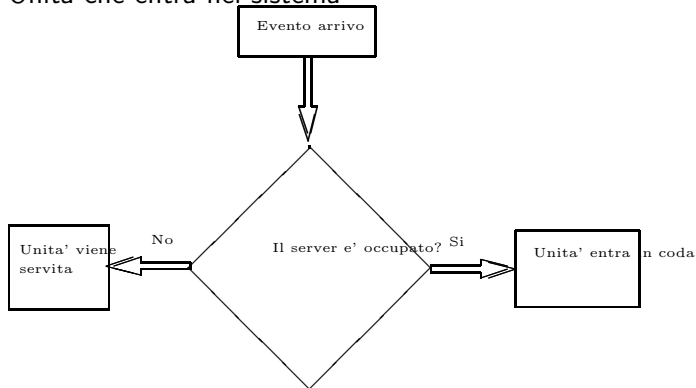


Diagramma di flusso

Unità che entra nel sistema



Stato della coda

Stato della coda			
Stato del server	occupato libero	non vuota	vuota
		ingresso in coda impossibile	ingresso in coda inizio del servizio

Stato del server

Stato della coda

		non vuota	vuota
		*****	impossibile
server diventa	occupato libero	impossibile	*****

Lista degli eventi

- La simulazione dei sistemi a coda richiede il mantenimento di una lista degli eventi, per determinare che cosa accade dopo;
- La lista degli eventi i tempi futuri in cui si verificano diversi tipi di eventi;
- Per il momento semplifichiamo la simulazione tracciando ogni unità esplicitamente;
- I tempi sono calcolati in una tabella di simulazione; Gli eventi si verificano in tempi casuali; Si possono usare numeri casuali distribuiti uniformemente e indipendentemente in $(0,1)$, o cifre casuali distribuite uniformemente nell'insieme $\{0,1,2, \dots, 9\}$;

ESEMPIO

Supponiamo di generare i tempi lanciando un dado 5 volte;

Tabella tempi di interarrivo:

cliente	tempi di interarrivo	arrivi clock
1	-	0
2	2	2
3	4	6
4	1	7
5	2	9
6	6	15

ESEMPIO

Si suppone che il tempo di servizio puo' essere solo 1,2,3 o 4 con la stessa probabilità.

Tabella tempi di servizio:

cliente	tempo di servizio
1	2
2	1
3	3
4	2
5	1
6	4

Tabella di simulazione

coda a canale singolo, FIFO, tempo di clock:

cliente	tempo di arrivo	servizio inizio	tempo di servizio	servizio fine
1	0	0	2	2
2	2	2	1	3
3	6	6	3	9
4	7	9	2	11
5	9	11	1	12
6	15	15	4	19

Ordine cronologico eventi

evento	numero cliente	tempo di clock
arrivo	1	0
partenza	1	2
arrivo	2	2
partenza	2	3
arrivo	3	6
arrivo	4	7
partenza	3	9
arrivo	5	9
partenza	4	11
partenza	5	12
arrivo	6	15
partenza	6	19

ESEMPIO: Coda a un canale singolo

Una piccola drogheria ha solo una cassa. I clienti arrivano alla cassa in modo casuale con tempi di interarrivo che variano da 1 a 8 minuti. Ogni possibile valore dei tempi di interarrivo ha la stessa probabilità di verificarsi (Tabella 1). Il tempo di servizio varia da 1 a 6 minuti con probabilità diverse (Tabella 2). Il problema è analizzare il sistema simulando l'arrivo di 20 clienti.

Tabella 1: distribuzione dei tempi di interarrivo

Tempo di interarrivo (minuti)	probabilità	probabilità cumulativa	digit-casuali assegnati
1	0.125	0.125	001-125
2	0.125	0.250	126-250
3	0.125	0.375	251-375
4	0.125	0.500	376-500
5	0.125	0.625	501-625
6	0.125	0.750	626-750
7	0.125	0.875	751-875
8	0.125	1.000	876-000

Tabella 2: distribuzione dei tempi di servizio

Tempo di servizio (minuti)	probabilità	probabilità cumulativa	digit-casuali assegnati
1	0.10	0.10	01-10
2	0.20	0.30	11-30
3	0.30	0.60	31-60
4	0.25	0.85	61-85
5	0.10	0.95	86-95
6	0.05	1.00	96-00

Esempio-continua

- 20 clienti è un numero piccolo per trarre conclusioni affidabili; l'accuratezza del risultato aumenta se si incrementa la dimensione del campione.
- Condizioni iniziali; la simulazione della drogheria che inizia con il negozio vuoto non è realistica, a meno che il modello vuole simulare il sistema dall'inizio;
- abbiamo bisogno di un insieme di numeri casuali uniformemente distribuiti per generare gli arrivi;

Dati della simulazione

- tempo medio di attesa = (tempo totale di attesa in coda)/(numero totale di clienti);
- probabilità di attesa = (numero di clienti in attesa)/(numero totale di clienti);
- probabilità del server inattivo = (tempo totale di inattività)/(tempo totale di simulazione);
- tempo medio di servizio = (tempo totale di servizio)/(numero totale di clienti);

Dati della simulazione

- tempo medio fra gli arrivi = $(\text{somma di tutti i tempi fra li arrivi}) / (\text{numero di arrivi} - 1)$;
- tempo medio di attesa fra chi attende = $(\text{numero di clienti in attesa}) / (\text{numero totale di clienti che attendono})$;
- tempo medio che un cliente passa nel sistema = $(\text{tempo totale speso dai clienti nel sistema}) / (\text{numero totale di clienti})$;