LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA E COMUNICAZIONE DIGITALE
CALCOLO NUMERICO
Secondo esonero - 31 Maggio 2005 -

Traccia 1. Costruire il polinomio che interpola i punti: $x_0 = 0, f_0 = 2; x_1 = 1, f_1 = 3; x_2 = 2, f_2 = 10$; utilizzare la base di Lagrange.

Traccia 2. Data la funzione $f(x) = 0.5 - \frac{1}{x}$ calcolare, usando il metodo di Newton, una approssimazione dello zero di f con errore assoluto minore di 0.01. Utilizzare come punto iniziale $x_0 = 3$. Quante iterate sono necessarie al metodo delle bisezioni per trovare la soluzione con la stessa accuratezza partendo dall'intervallo $[0, 3]$?

Traccia 3. Dati $x_0 = 0; f_0 = -4; x_1 = 1, f_1 = -3; x_2 = 2, f_2 = 0; x_3 = 3, f_3 = 5, x_4 = 4, f_4 = 12$, verificare quale tra le seguenti è la retta di approssimazione ai minimi quadrati: $p(x) = 4x - 6$, $q(x) = 3x - 5$. Trovare, usando il metodo di Newton, il polinomio che interpola gli stessi dati.

Traccia 4. Dimostrare che i coefficienti del polinomio interpolante costruito utilizzando la base di Newton si possono calcolare con la formula delle differenze divise.

Traccia 5.(recupero traccia 1 primo esonero) Consideriamo i seguenti numeri di macchina $\pm\gamma_0.\gamma_1\gamma_2 10^{\pm e_0 e_1}$:

- qual è il valore di realmin? qual è il valore di realmax?
- se usiamo l'arrotondamento qual è il valore della precisione di macchina?

Utilizzando i numeri di macchina appena definiti calcolare:

$$\frac{(x+2)^2 - 4}{x}$$

per $x = 6.00 \cdot 10^{-3}$ e $x = 2.00 \cdot 10^{-3}$. Calcolare l'errore relativo in entrambi i casi e spiegare i risultati ottenuti.

Traccia 6. (recupero traccia 2 primo esonero) Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 1.002 & 1 \\ 1 & 0.998 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 0.002 \\ 0.002 \end{pmatrix}$$

la cui soluzione esatta è $(1, -1)^T$. Sia $\tilde{x} = (0.5005, -0.4995)^T$ una sua "soluzione approssimata". Calcolare il residuo relativo in norma infinito, l'errore relativo in norma infinito. Sapendo che

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -249500 & 250000 \\ 250000 & -250500 \end{pmatrix},$$

spiegare il risultato.

Traccia 7. (recupero traccia 3 primo esonero) Si determini la fattorizzazione LU con pivot parziale della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -4 \\ 1/2 & 1 & 5 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli il determinante di A;si calcoli la seconda colonna dell'inversa di A; sapendo che la prima colonna dell'inversa è $(11/24, 3/16, -1/12)^T$ e la terza colonna è $(17/24, 1/16, -1/12)^T$, si calcoli il numero di condizione in norma 1 di A.