

LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA E COMUNICAZIONE DIGITALE
CALCOLO NUMERICO

Esonero - 27 Maggio 2009 -

TRACCIA A **NOME**

Traccia 1. Lo zero della funzione $f(x) = x^2 - 2/5$ è $\alpha = \sqrt{2/5}$. Consideriamo l'intervallo $[1/16, 1]$. Applicare il metodo delle secanti per trovare lo zero di f . Quali operazioni elementari vengono utilizzate? Utilizzare come punto iniziale x_0 quello calcolato eseguendo una interpolazione lineare della funzione $g(x) = \sqrt{x}$. Calcolare l'errore nel punto iniziale.

Traccia 2. Si determini la fattorizzazione LU con pivot parziale della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- si calcoli il determinante di A ;
- si risolva il sistema lineare $Ax = b$ con $b = (1, 1, 1, 1)^T$.
- sapendo che

$$\|A^{-1}\|_{\infty} = 4$$

si calcoli il numero di condizione in norma infinito di A .

- Data $\hat{x} = (0.41, 0.21, 0.21, 0.41)^T$ una soluzione approssimata, calcolare il residuo e giustificare i risultati.

Traccia 3. Consideriamo i seguenti numeri di macchina $\pm\gamma_0.\gamma_1\gamma_210^{\pm e_0e_1}$:

- qual è il valore di realmin ? qual è il valore di realmax ?
- se usiamo l'arrotondamento qual è il valore della precisione di macchina? (spiegare il risultato ottenuto)

Utilizzando i numeri di macchina appena definiti calcolare:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$$

per $x = 0.01 \cdot 10^0$ e $x = 0.04 \cdot 10^0$. Calcolare l'errore relativo in entrambi i casi e spiegare i risultati ottenuti. Trovare una formulazione equivalente per $f(x)$ che permette un calcolo più accurato. Definire il concetto di analisi degli errori all'indietro (backward). Quale dei due algoritmi è backward stabile?

Traccia 4. Dati $x_0 = -4$, $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 16$, $f_0 = 2$, $f_1 = -1$, $f_2 = 1$, $f_3 = 4$.

- Scrivere la base di Newton associata ai dati;
- calcolare il polinomio interpolante i dati x_0, x_1, x_2 e il polinomio interpolante i dati x_0, x_1, x_2, x_3 ;
- Dati $f'_1 = -1/2$, $f'_2 = 1/2$, calcolare il polinomio cubico di Hermite.