

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

DA SVOLGERE IN Python

a.a. 2011/2012 appelli Febbraio e Aprile 2012

1. Applica i metodi iterativi per trovare la radice di $f(x) = e^x - 3x^3$, contenuta nell'intervallo $[0, 1]$ (la soluzione è $\alpha = 0.9524456794271664$). Utilizza come punto iniziale per il metodo di Newton sia $x_0 = 0$ che $x_0 = 1$ e per il metodo delle secanti $x_0 = 0, x_1 = 1$. Applicare anche il metodo delle bisezioni e il metodo di Brent bisezioni-secanti. Commentare i risultati.

2. Costruire la matrice A di dimensione n con elementi:

$$a_{ij} = \cos((i-1) * (j-1) * \pi / (n-1)), \\ i = 1, n, j = 1, n;$$

Al variare di $n = 8, 16, 32, 64, 128$:

1. Generare la matrice A ;
 2. Calcolare il numero di condizione della matrice in norma infinito;
 3. Calcolare la fattorizzazione LU con pivot parziale e calcolare il numero di condizione delle matrici L e U ;
 4. Risolvere, usando la fattorizzazione LU con pivot parziale, il sistema lineare che si ottiene supponendo che la soluzione esatta sia il vettore $xt = (1, 1, 1, \dots, 1)$;
 5. Calcolare una maggiorazione dell'errore relativo e l'errore relativo vero in norma infinito;
 6. Calcolare la fattorizzazione LU con pivot totale e calcolare il condizionamento delle matrici L e U ;
 7. Risolvere, usando la fattorizzazione LU con pivot totale, il sistema lineare che si ottiene supponendo che la soluzione esatta sia il vettore $xt = (1, 1, 1, \dots, 1)$;
 8. Giustificare i risultati presentandoli in forma tabellare.
3. Data la seguente funzione:

$$f(x) := e^x - 3x^3 \quad \text{per } x \in [0, 1]$$

Verificare numericamente se il polinomio interpolante converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi costruendo il polinomio interpolante utilizzando $n=10,20,40,80$ nodi equidistanti e calcolando il massimo errore assoluto valutando la differenza fra $f(x)$ e $p(x)$ in 500 punti equidistanti. Memorizzare l'errore massimo calcolato in funzione di n e fare il grafico dell'errore. Confrontare fra di loro i vari metodi per calcolare il polinomio interpolante utilizzando tutte le basi studiate.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono utilizzando i nodi di Chebyshev. Come cambia la funzione di Lebesgue se si utilizzano i nodi di Chebyshev?

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono con la spline lineare e la spline cubica interpolante gli stessi nodi. Fare il confronto scrivendo in una opportuna tabella i risultati ottenuti.

4. Costruire una function che calcoli l'autovalore e l'autovettore dominante usando il metodo delle potenze. Usare come criterio di stop l'errore misto $|\lambda_n - \lambda_{n-1}|/(1 + |\lambda_n|) < tol$, dove λ_n è l'approssimazione dell'autovalore dominante al passo n e tol una tolleranza di input. Confrontare i risultati ottenuti con il metodo delle potenze normalizzato. Usare come matrice test la matrice A di dimensione 20 con elementi $b_{i,i} = 4, i = 1, 20, b_{i,i-1} = 1, i = 2, 20, b_{i,i+1} = 1, i = 1, 19$. Commentare i risultati.