

# ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

## DA SVOLGERE IN SCILAB

a.a. 2008/2009 appello Febbraio 2010

1. Costruire la matrice  $A$  di dimensione  $n$  con elementi  $a_{ij} = 1/(i+j-1)$ .

Al variare di  $n = 4, 8, 16, 32$ :

1. Generare la matrice  $A$ ;
2. Calcolare il numero di condizione della matrice in norma infinito;
2. Risolvere il sistema lineare che si ottiene supponendo che la soluzione esatta sia il vettore  $x = (123 \dots n)$ ;
3. Calcolare una maggiorazione dell'errore relativo e l'errore relativo vero in norma infinito;
4. Giustificare i risultati presentandoli in forma tabellare.

2. Data la seguente funzione:

$$f(x) := \log_2(x) \quad \text{per } x \in [1, 2]$$

Verificare numericamente se il polinomio interpolante converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi costruendo il polinomio interpolante utilizzando  $n=10, 20, 40, 80$  nodi equidistanti e calcolando il massimo errore assoluto valutando la differenza fra  $f(x)$  e  $p(x)$  in 500 punti equidistanti. Memorizzare l'errore massimo calcolato in funzione di  $n$  e fare il grafico dell'errore. Confrontare fra di loro i vari metodi per calcolare il polinomio interpolante utilizzando tutte le basi studiate.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono utilizzando i nodi di Chebyshev. Come cambia la funzione di Lebesgue se si utilizzano i nodi di Chebyshev?

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono con la spline lineare e la spline cubica interpolante gli stessi nodi. Fare il confronto scrivendo in una opportuna tabella i risultati ottenuti.

3. Applica il metodo dei trapezi e il metodo di Simpson composti (scaricare la nuova function `csimp.sci`) per calcolare

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)^{1/2} dx$$

il cui valore esatto è:  $\pi/2$ . Confronta i risultati riportando in tabella per

$n = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024$

i valori dell'integrale approssimato, dell'errore assoluto  $E_n$ , una approssimazione dell'errore assoluto  $EA_n$ , il rapporto fra gli errori  $E_n/E_{2n}$ , e il logaritmo in base due (utilizzando la function  $\log_2$ ) del rapporto fra gli errori  $E_n/E_{2n}, EA_n/EA_{2n}$ . Giustificare i risultati. Confrontare i risultati con quelli ottenuti con l'algoritmo adattativo.

4. Applica i metodi iterativi per trovare la radice di  $f(x) = 1 - xe^{1-x}$ , per la quale la soluzione esatta è  $\alpha = 1$ . Utilizza come punto iniziale per il metodo di Newton  $x_0 = 0$  e per il metodo delle secanti  $x_0 = -1, x_1 = 0$ . Applicare anche il seguente metodo di Newton modificato utilizzando la funzione iteratrice:

$$x_{n+1} = x_n - 2 \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Commentare i risultati.