

## ESERCIZI DI ANALISI NUMERICA DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

a.a. 2007/2008 appello di Novembre

1. Si determini la fattorizzazione  $LU$  con pivot parziale della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -2 \\ 1/2 & -1 & -7/4 \\ 2 & -5 & 8 \end{pmatrix}$$

- si calcoli il determinante di  $A$ ;
- si calcoli la seconda colonna della matrice inversa di  $A$ ;
- si calcoli il numero di condizione in norma 1 di  $A$ .

2. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 - 10^{-4} \end{pmatrix}$$

e il vettore  $b = (2 + 10^{-4}, 2 - 10^{-4})^T$ , la soluzione esatta del sistema lineare  $Ax = b$  è  $x = (1, 1)^T$ . Sia  $\tilde{x} = (2 \cdot 10^4, -2 \cdot 10^4)^T$  una sua “soluzione approssimata”. Calcolare il residuo relativo in norma infinito, l’errore relativo in norma infinito. Calcolare il numero di Condizione di  $A$  in norma infinito spiegare il risultato.

3. Data la funzione  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  fare il grafico del numero di condizione, che studia come cambia il valore della funzione al variare di  $x$ , utilizzando 500 punti nell’intervallo  $[3 - 10^{-2}, 3 - 20 * eps]$  e nell’intervallo  $[3 + 20 * eps, 3 + 10^{-2}]$  con  $eps$  la precisione di macchina. Commentare i risultati. Perché nell’ultimo punto del primo intervallo e nel primo del secondo il numero di condizione “sembra” diminuire? Costruire un vettore chiamato  $dx$  che contenga 500 punti dell’intervallo  $[-10^{-8}, 10^{-8}]$ , calcolare  $x = 3 + dx$  e fare il grafico della funzione  $f(x)$  utilizzando l’istruzione  $plot(dx, fx)$ , con  $fx$  il vettore che contiene i valori di  $f(x)$ . Commentare i risultati. Supponendo di volere calcolare la radice di  $f(x)$ , calcolare numericamente l’intervallo di indeterminazione della radice.

4. Data la seguente funzione:

$$f(x) := \log(2+x) + 1/(1+x^2) \quad \text{per } x \in [0.01, 2]$$

Verificare numericamente se il polinomio interpolante converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi costruendo il polinomio interpolante utilizzando  $n=10,20,40,80,160,320$  nodi equidistanti e calcolando il massimo errore assoluto valutando la differenza fra  $f(x)$  e  $p(x)$  in 500 punti equidistanti. Memorizzare l'errore massimo calcolato in funzione di  $n$  e fare il grafico dell'errore. Confrontare fra di loro i vari metodi per calcolare il polinomio interpolante utilizzando tutte le basi studiate.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono utilizzando i nodi di Chebyshev. Come cambia la funzione di Lebesgue se si utilizzano i nodi di Chebyshev?

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono con la spline lineare e la spline cubica interpolante gli stessi nodi.

5. Applica i metodi iterativi per trovare la radice di  $f(x) = 2 - e^x$ , per la quale la soluzione esatta è  $\alpha = \ln(2)$ . Utilizza come punto iniziale per il metodo di Newton prima  $x_0 = 0$  e poi  $x_0 = 2$  e per il metodo delle secanti e delle bisezioni i due punti  $x_0 = 0, x_1 = 1$ . Commentare i risultati.