# ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

a.a. 2005/2006, appelli di Luglio

**1)** Svolgere gli esercizi 3,4 assegnati alla prova di esonero utilizzando il Matlab (chi non ha svolto l'esonero svolga gli esercizi relativi alla traccia B).

**2)** Data la funzione $f(x) = x^2 - 6x + 9$ fare il grafico del numero di condizione, che studia come cambia il valore della funzione al variare di $x$, utilizzando 500 punti nell'intervallo $[3 - 10^{-2}, 3 - 20 * eps]$ e nell'intervallo $[3 + 20 * eps, 3 + 10^{-2}]$ con $eps$ la precisione di macchina. Commentare i risultati. Perchè nell'ultimo punto del primo intervallo e nel primo del secondo il numero di condizione "sembra" diminuire? Costruire un vettore chiamato $dx$ che contenga 500 punti dell'intervallo $[-10^{-8}, 10^{-8}]$, calcolare $x = 3 + dx$ e fare il grafico della funzione $f(x)$ utilizzando l'istruzione $plot(dx, fx)$, con $fx$ il vettore che contiene i valori di $f(x)$. Commentare i risultati. Supponendo di volere calcolare la radice di f(x), calcolare numericamente l'intervallo di indeterminazione della radice.

**2)** Data la seguente funzione:

$$f(x) := \log(2 + x) + 1/(1 + x^2) \qquad \text{per } x \in [0.01, 2]$$

Verificare numericamente se il polinomio interpolante converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi costruendo il polinomio interpolante utilizzando n=10,20,40,80,160,320 nodi equidistanti e calcolando il massimo errore assoluto valutando la differenza fra $f(x)$ e $p(x)$ in 500 punti equidistanti. Memorizzare l'errore massimo calcolato in funzione di $n$ e fare il grafico dell'errore. Confrontare fra di loro i vari metodi per calcolare il polinomio interpolante utilizzando tutte le basi studiate.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono utilizzando i nodi di Chebyschev. Come cambia la funzione di Lebesgue se si utilizzano i nodi di Chebyshev?

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono con la spline lineare e la spline cubica interpolante gli stessi nodi.

**3)** Supponiamo di aver effettuato le seguenti misurazioni

$$\begin{array}{rr} \text{in } x_0 = 1 & y_0 = 1.1 \\ \text{in } x_1 = 1 & y_1 = 1.05 \\ \text{in } x_2 = 1 & y_2 = 1.12 \\ \text{in } x_3 = 1 & y_3 = 1.07 \\ \text{in } x_4 = 1 & y_4 = 2 \\ \text{in } x_5 = 2 & y_5 = 2.1 \\ \text{in } x_6 = 3 & y_6 = 3.05 \\ \text{in } x_7 = 4 & y_7 = 3.7 \\ \text{in } x_8 = 5 & y_8 = 4.0 \\ \text{in } x_9 = 5 & y_9 = 4.8 \\ \text{in } x_{10} = 5 & y_10 = 5.2 \end{array}$$

determinare con il metodo dei minimi quadrati i coefficienti della retta $y = ax + b$ e fare un grafico della retta di approssimazione e dei punti assegnati. Confrontare i risultati che si ottengono risolvendo il sistema lineare di simensione 2, studiato in teoria, con quelli che si ottengono utilizzando la function predefinita del Matlab per risolvere il problema dell'approssimazione ai minimi quadrati.

**4)** Applica i metodi iterativi per trovare la radice di $f(x) = 2 - e^x$, per la quale la soluzione esatta è $\alpha = ln(2)$. Utilizza come punto iniziale per il metodo di Newton prima $x_0 = 0$ e poi $x_0 = 2$ e per il metodo delle secanti e delle bisezioni i due punti $x_0 = 0, x_1 = 1$. Modifica le funzioni Matlab nzero.m e szero.m bszero.m e bzero.m in modo da avere come ulteriore dato di output un vettore che contenga i valori di tutte le iterate che compie il metodo. Utilizza questo vettore per calcolare l'errore assoluto $e_n$ rispetto alla soluzione esatta.

Sapendo che $p$ , l'ordine di convergenza, può essere approssimato utilizzando la seguente formula:

$$log(\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|}) \approx p\ log(\frac{|e_n|}{|e_{n-1}|})$$

calcola una approssimazione dell'ordine per il metodo di Newton e quello delle secanti.

Fare un grafico dell'errore per tutti e quattro i metodi considerati e commentare i risultati.