ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

a.a. 2005/2006

1) Svolgere gli esercizi 3,4 assegnati alla prova di esonero utilizzando il Matlab (chi non ha svolto l'esonero svolga gli esercizi relativi alla traccia B).

2) Data la funzione $f(x) = 3 - x$ fare il grafico del numero di condizione, utilizzando 500 punti nell'intervallo $[3 - 1e - 2, 3 - 20 * eps]$ e nell'intervallo $[3 + 20 * eps, 3 + 1e - 2]$ con eps la precisione di macchina. Costruire un vettore chiamato dx che contenga 500 punti dell'intervallo $[-eps * 10, eps * 10]$, calcolare $x = 3 + dx$ e fare il grafico della funzione $f(x)$ utilizzando l'istruzione $plot(dx, fx)$, con fx il vettore che contiene i valori di $f(x)$. Commentare i risultati.

2) Data la seguente funzione:

$$f(x) := \log_2(x) \qquad \text{per } x \in [0.01, 2]$$

Verificare numericamente se il polinomio interpolante converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi costruendo il polinomio interpolante utilizzando n=10,20,40,80,160,320 nodi equidistanti e calcolando il massimo errore assoluto valutando la differenza fra $f(x)$ e $p(x)$ in 500 punti equidistanti. Memorizzare l'errore massimo calcolato in funzione di n e fare il grafico dell'errore. Confrontare fra di loro i vari metodi per calcolare il polinomio interpolante utilizzando tutte le basi studiate.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono utilizzando i nodi di Chebyschev.

Confrontare i risultati ottenuti con quelli che si ottengono con la spline lineare e la spline cubica interpolante gli stessi nodi.

3) Supponiamo di aver effettuato le seguenti misurazioni

$$
\begin{array}{lll}
\text{in} & x_0 = 1 & y_0 = 1.1 \\
\text{in} & x_1 = 1 & y_1 = 1.05 \\
\text{in} & x_2 = 1 & y_2 = 1.12 \\
\text{in} & x_3 = 1 & y_3 = 1.07 \\
\text{in} & x_4 = 1 & y_4 = 2 \\
\text{in} & x_5 = 2 & y_5 = 2.1 \\
\text{in} & x_6 = 3 & y_6 = 3.05 \\
\text{in} & x_7 = 4 & y_7 = 3.7 \\
\text{in} & x_8 = 5 & y_8 = 4.0 \\
\text{in} & x_9 = 5 & y_9 = 4.8 \\
\text{in} & x_{10} = 5 & y_10 = 5.2
\end{array}
$$

determinare con il metodo dei minimi quadrati i coefficienti della retta $y = ax + b$ e fare un grafico della retta di approssimazione e dei punti assegnati.

4) Applica i metodi iterativi per trovare la radice di $f(x) = 2 - e^x$, per la quale la soluzione esatta è $\alpha = ln(2)$. Utilizza come punto iniziale per il metodo di Newton prima $x_0 = 0$ e poi $x_0 = 2$ e per il metodo delle secanti e delle bisezioni i due punti $x_0 = 0, x_1 = 1$. Modfica le funzioni Matlab nzero.m e szero.m bszero.m e bzero.m in modo da avere come ulteriore dato di output un vettore che contenga i valori di tutte le iterate che compie il metodo. Utilizza questo vettore per calcolare l'errore assoluto e_n rispetto alla soluzione esatta.

Sapendo che p , l'ordine di convergenza, può essere approssimato utilizzando la seguente formula:

$$log(\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|}) \approx p\ log(\frac{|e_n|}{|e_{n-1}|})$$

calcola una approssimazione dell'ordine per il metodo di Newton e quello delle secanti.

Fare un grafico dell'errore per tutti e quattro i metodi considerati e commentare i risultati.