LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA E COMUNICAZIONE DIGITALE
CALCOLO NUMERICO
Primo esonero - 4 Maggio 2006 -

TRACCIA A **NOME .....**

Traccia 1. Calcolare il numero di condizione della funzione $f(x) = x - 5$. Dire per quali valori di $x \in [0,\ 10]$ il problema è mal condizionato. Calcolare il valore del numero di condizione per $x = 5.01$. Consideriamo i seguenti numeri di macchina $\pm\gamma_0.\gamma_1 10^{\pm e_0}$:

- calcolare il valore di realmin;
- calcolare il valore di realmax;
- usando l'arrotondamento calcolare il valore della precisione di macchina;

Utilizzando i numeri di macchina appena definiti calcolare il valore di $f(x)$ per $x = 5.01$, calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo e commentare i risultati.

Traccia 2. Siano date le funzioni $f(x) = e^x + cos(x) + 2x^2$ e una sua approssimazione $g(x) = 2 + x + 2x^2$, per $x \in [0,\ 0.1]$. Calcolare, usando il polinomio di Taylor, l'errore assoluto e una sua maggiorazione nell'intervallo $[0,\ 0.1]$. Come si comporta l'errore assoluto per x che tende a zero?

Traccia 3. Si determini la fattorizzazione LU con pivot parziale della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -2 \\ 1/2 & -1 & -7/4 \\ 2 & -5 & 8 \end{pmatrix}$$

- si calcoli il determinante di A;
- si calcoli la seconda colonna della matrice inversa di A;
- sapendo che

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 67/48 & ? & -3/32 \\ 5/8 & ? & -1/16 \\ 1/24 & ? & 1/16 \end{pmatrix}$$

  si calcoli il numero di condizione in norma 1 di A.

Traccia 4. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 - 10^{-4} \end{pmatrix}$$

e il vettore $b = (2 + 10^{-4}, 2 - 10^{-4})^T$, la soluzione esatta del sistema lineare $Ax = b$ è $x = (1, 1)^T$. Sia $\tilde{x} = (2 \cdot 10^4, -2 \cdot 10^4)^T$ una sua "soluzione approssimata". Calcolare il residuo relativo in norma infinito, l'errore relativo in norma infinito. Sapendo che $\|A^{-1}\|_\infty \approx 2 \cdot 10^8$ spiegare il risultato.

Traccia 5. Sia $Ax = b$ e $(A + \delta A)\tilde{x} = b + \delta b$, $\tilde{x} = x + \delta x$. Studiare il comportamento di $\dfrac{\|\delta x\|}{\|x\|}$ in funzione della perturbazione sui dati di input.