ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

appello: 23 Settembre - a.a. 2004/2005

1) Scrivere due funzioni che implementano la fattorizzazione LU senza pivot e con pivot parziale e risolvere, utilizzando i fattori calcolati, i seguenti sistemi di equazioni lineari $Ax = b$ e $Cy = d$ con:

A matrice di Chebyshev-Vandermonde costruita con l'istruzione Matlab `gallery('chebvand',10)` di 10 righe e 10 colonne. Costruire il vettore b supponendo che la soluzione del sistema lineare sia $x = (1, 2, ..., 10)^T$. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo, calcolare il numero di condizione di A.

C matrice di Chebyshev-Vandermonde costruita con l'istruzione Matlab `gallery('chebvand',10)` di 20 righe e 20 colonne. Costruire il vettore b supponendo che la soluzione del sistema lineare sia $x = (1, 2, ..., 20)^T$. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo, calcolare il numero di condizione di C.

Risolvere entrambi i sistemi utilizzando anche l'istruzione predefinita del Matlab.

Commentare i risultati in una relazione scritta.

2) Scrivere un programma che, dato un insieme di nodi, dei corrispondenti valori di funzione e delle corrispondenti differenze divise, calcola un nuovo coefficiente differenze divise per un nuovo nodo e corrispondente valore della funzione.

Utilizzarlo per calcolare ricorsivamente polinomi interpolanti che approssimano $f(x) = \sqrt{x}$ nell'intervallo $[1/4, 1]$, partendo da due nodi $x_0 = 1/4$ e $x_1 = 1$ e aggiungendo come nuovi nodi i punti medi fra i nodi giaà utilizzati.

Fare i grafici dei vari polinomi interpolanti, calcolati utilizzando la base di Newton e la function appena costruita, visualizzando anche i punti di interpolazione.

3) Calcolare la derivata prima di $\sqrt{x}$ in $x = 2$ utilizzando le differenze in avanti, le differenze all'indietro e le differenze centrali. Utilizzare valori di h che vanno da 1 a 10^{-18}. Fare i grafici degli errori relativi e scrivere i risultati ottenuti e i commenti su di essi.

4) Applica il metodo di Newton per trovare la radice di $f(x) = 2 - e^x$, per la quale la soluzione esatta è $\alpha = ln(2)$. Utilizza come punto iniziale prima $x_0 = 0$ e poi $x_0 = 1$, Calcola anche il rapporto $R_n = (\alpha - x_{n+1})/(\alpha - x_n)^2$ e osserva verso quale valore converge.