

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

appelli: 1 e 15 Luglio - a.a. 2004/2005

- 1) Scrivere due funzioni che implementano la fattorizzazione LU senza pivot e con pivot parziale e risolvere, utilizzando i fattori calcolati, i seguenti sistemi di equazioni lineari $Ax = b$ e $Cy = d$ con:

A matrice di Hilbert di 10 righe e 10 colonne (utilizzare la function `hilb` per costruirla). Costruire il vettore b supponendo che la soluzione del sistema lineare sia $x = (1, 2, \dots, 10)^T$. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo, calcolare il numero di condizione di A .

C matrice di hilbert di 20 righe e 20. Costruire il vettore b supponendo che la soluzione del sistema lineare sia $x = (1, 2, \dots, 20)^T$. Calcolare l'errore assoluto e l'errore relativo, calcolare il numero di condizione di C .

Risolvere entrambi i sistemi utilizzando anche l'istruzione predefinita del Matlab.

Commentare i risultati in una relazione scritta.

- 2) Scrivere un programma che, dato un insieme di nodi, dei corrispondenti valori di funzione e delle corrispondenti differenze divise, calcola nuovi coefficienti differenze divise per nuovi nodi e valori di funzione.

Utilizzarlo per calcolare ricorsivamente polinomi interpolanti che approssimano $f(x) = e^x$ nell'intervallo $[0, 1]$, partendo da due nodi $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$ e aggiungendo come nuovi nodi i punti medi fra i nodi già utilizzati.

Fare i grafici dei vari polinomi interpolanti, calcolati utilizzando la base di Newton e la function appena costruita, visualizzando anche i punti di interpolazione.

- 3) Calcolare la derivata prima di $\sin(1)$ utilizzando le differenze in avanti, le differenze all'indietro e le differenze centrali. Utilizzare valori di h che vanno da 1 a 10^{-18} . Fare i grafici degli errori relativi e scrivere i risultati ottenuti e i commenti su di essi.
- 4) Scrivere un programma che usa la spline lineare per calcolare l'integrale di una funzione, utilizzando la formula dei trapezi composta e dando in input gli estremi dell'intervallo e il numero di suddivisioni. Applicarlo suddividendo l'intervallo di definizione $[a, b]$ prima in due sottointervalli, poi in 4, in 8, ..., 2048 sottointervalli per calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^2 x^2 e^{-x}, \quad \text{valore esatto dell'integrale } I = 2 - 10e^{-2}$$

$$\int_1^3 \ln(x), \quad \text{valore esatto dell'integrale } I = 3\ln(3) - 2$$

Verificare, utilizzando il valore esatto, come diminuisce l'errore aumentando i sottointervalli. Scrivere i risultati ottenuti e i commenti su di essi.