

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB

appello: 17 Gennaio - a.a. 2004/2005

- 1) Al variare di $n = 4, 8, 16, 32, 64, 128$
1. Generare tre matrici random A_1, A_2, A_3 di dimensione n e numero di condizione $k = 10, k = 1e4, k = 1e8$
- Data una dimensione n e un numero di condizione k costruire le matrici utilizzando la seguente procedura: $A = UDV^T$ con $D = \text{diag}(1, k^{-1/(n-1)}, k^{-2/(n-1)}, \dots, k^{-1})$ e U e V matrici unitarie random (una matrice si dice unitaria se $U^T * U = U * U^T = I$, per creare una matrice unitaria random utilizzare l'istruzione `orth(rand(n))`). Verificare che il numero di condizione delle matrici è uguale a k .
2. Calcolare l'inversa delle matrici risolvendo n sistemi lineari.
 3. Siano X_1, X_2, X_3 le matrici calcolate nel punto 2, stampare il residuo relativo $\|A_i * X_i - I\| / \|I\|, i = 1, 2, 3$. È il residuo una buona indicazione dell'errore? Stampare anche una stima dell'errore relativo ottenuta utilizzando il residuo.
- 2) Scrivere un programma che, dato un insieme di nodi x_{nodi} , dei corrispondenti valori di funzione f_{nodi} calcola il valore polinomio interpolante in un insieme di punti $x_i, i = 1, n$ interni all'intervallo che comprende i nodi. Utilizzare per calcolare il polinomio interpolante la base di Lagrange.
- Calcolare i polinomi interpolanti che approssimano $f(x) = \sqrt{x}$ nell'intervallo $[1/4, 1]$, utilizzando prima due nodi $x_0 = 1/4$ e $x_1 = 1$ poi 4, 8, 16 e 32.
- Fare i grafici dei vari polinomi interpolanti visualizzando anche i punti di interpolazione. Calcolare e stampare il massimo errore commesso valutando la funzione $f(x)$ e il polinomio interpolante in 500 punti equidistanti. Stampare i grafici degli errori e commentare i risultati.
- 3) Applica il metodo di Newton per trovare la radice di $f(x) = 2 - e^x$, per la quale la soluzione esatta è $\alpha = \ln(2)$. Utilizza come punto iniziale prima $x_0 = 0$ e poi $x_0 = 1$. Confrontare i risultati.