

Corso di laurea in Informatica e Comunicazione Digitale

a.a. 2003/2004

Calcolo Numerico

consegna Martedì 2 Dicembre 2003

Considera il problema di determinare la deformazione di una trave, sostenuta da entrambi i lati, dovuta a un carico uniforme posto lungo la trave. In un modello semplice, la deformazione $u(x)$, come funzione della posizione x lungo la trave, soddisfa il problema con valori al contorno

$$\begin{aligned} -u'' + pu &= qx(L - x), & 0 < x < L \\ u(0) &= u(L) = 0, \end{aligned}$$

con p una costante che dipende dalle proprietà del materiale della trave, L è la lunghezza della trave, e q dipende dalle proprietà della trave così come dalla dimensione del carico posto sulla trave.

1. Progettare ed implementare una function per calcolare una approssimazione della deformazione $u(x)$. La function deve avere:
come dati di input i valori p , q ed L che descrivono il problema e n il numero degli intervalli in cui si suddivide la trave per poter calcolare l'approssimazione.
come dati di output due vettori che contengono i valori di x in cui abbiamo calcolato l'approssimazione e i valori dell'approssimazione di $u(x)$.
2. Utilizzare la function dell'esercizio 1 per calcolare la deformazione per una trave lunga sei metri, con $p = 7 \cdot 10^{-6}$ e $q = 4 \cdot 10^{-7}$. Fare un grafico dei valori della deformazione. Calcolare la deformazione massima. Effettuare una suddivisione abbastanza buona da essere sicuri dell'accuratezza dei risultati.
3. Ripetere l'esercizio 2 con una trave lunga tre metri. Quanto cambia la deformazione massima, è più piccola o più grande?
4. Ripetere l'esercizio 2 con una trave lunga 12 metri.

5. Utilizzare la function dell'esercizio 1 per calcolare la deformazione per una trave lunga sei metri , con $p = 7 \cdot 10^{-6}$ e $q = 4 \cdot 10^{-7}$ utilizzando una suddivisione di $n = 10$ intervalli. Calcolare il polinomio interpolante i dati ottenuti in output, utilizzando la function polyfit. Fare il grafico del polinomio interpolante, utilizzando una suddivisione dell'intervallo di 500 punti. Sulla stessa figura fare il grafico dei nodi di interpolazione. Calcolare la deformazione massima utilizzando il polinomio interpolante. Confrontare il valore ottenuto con quello calcolato risolvendo l'esercizio 2.

6. Utilizzando i dati dell'esercizio 5, costruire la matrice di Vandermonde che permette di risolvere il problema dell'interpolazione utilizzando la base delle potenze (la stessa utilizzata da polyfit), e calcolarne il numero di condizione. La matrice è ben condizionata o mal condizionata? Perché? Suggestire come calcolare il polinomio interpolante con una base alternativa in modo da avere una matrice ben condizionata.