

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO
DA SVOLGERE IN MATLAB o SCILAB
a.a. 2003/2004

1) Data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.2 \\ 0.09 & 0.008 & 0.1 \end{pmatrix}$$

calcolare la sua fattorizzazione LU con pivot. Determinare l'inversa utilizzando la fattorizzazione LU appena calcolata e confrontare i risultati con le function del Matlab. Calcolare la $\|\cdot\|_2$ del residuo $AX - I$. È il residuo una buona indicazione dell'errore? Perché? Trovare una miglioramento dell'errore utilizzando le maggiorazioni note per la soluzione di sistemi lineari.

2) Data la seguente funzione:

$$f(x) := \exp(x) \cos(5x) \quad \text{per } x \in [0, 10]$$

costruire il polinomio interpolante di grado 1,2,3,4,5 utilizzando nodi equidistanti. Determinare i coefficienti del polinomio utilizzando la base delle potenze.

Verificare numericamente se il metodo converge alla funzione data all'aumentare del numero di nodi (costruire il polinomio interpolante utilizzando $n=10,20,40,80$ nodi equidistanti e calcolare il massimo errore assoluto valutando la differenza fra $f(x)$ e $p(x)$ in 500 punti equidistanti). Confrontare i risultati con la spline cubica interpolante gli stessi nodi.

3) Supponiamo di aver effettuato le seguenti misurazioni

in $x_0 = 1$	$y_0 = 1.1$
in $x_1 = 1$	$y_1 = 1.05$
in $x_2 = 1$	$y_2 = 1.12$
in $x_3 = 1$	$y_3 = 1.07$
in $x_4 = 1$	$y_4 = 2$
in $x_5 = 2$	$y_5 = 2.1$
in $x_6 = 3$	$y_6 = 3.05$
in $x_7 = 4$	$y_7 = 3.7$
in $x_8 = 5$	$y_8 = 4.0$
in $x_9 = 5$	$y_9 = 4.8$
in $x_{10} = 5$	$y_{10} = 5.2$

determinare con il metodo dei minimi quadrati i coefficienti della retta $y = ax + b$.

4) Si consideri $I(f) = \int_0^1 e^x dx$ e si valuti il numero m di intervalli necessario per calcolare una approssimazione di $I(f)$ con un errore assoluto minore uguale di $5 \cdot 10^{-4}$ utilizzando le formule composte dei trapezi e di Simpson. Si valuti l'errore assoluto effettivamente commesso nei due casi.