

Corso di laurea in Informatica e Comunicazione Digitale

a.a. 2002/2003
Calcolo Numerico
III Prova

1. Progettare ed implementare una function per fattorizzare matrici tridiagonali simmetriche e definite positive nella forma $A = LL^T$. La function deve avere:

come dati di input due vettori in cui sono memorizzati la diagonale principale e la prima sottodiagonale di A ;

come dati di output due vettori che contengono la diagonale principale e la prima sottodiagonale di L
2. Progettare ed implementare una function per risolvere sistemi lineari con matrice dei coefficienti tridiagonale simmetrica e definita positiva, utilizzando la fattorizzazione LL^T , calcolata con la function implementata precedentemente. La function deve avere:

come dati di input due vettori in cui sono memorizzati la diagonale principale e la prima sottodiagonale di L , e un vettore che contiene il termine noto del sistema lineare.

come dato di output la soluzione del sistema lineare;
3. Utilizzando le due function precedenti, costruire una function che calcoli il valori che la spline cubica naturale $S_3(x)$ interpolante assume in un insieme di punti. La function deve avere:

come dati di input:

due vettori contenenti i dati da interpolare ($xnodi_i; fnodi_i$) e un vettore contenente i punti x_i in cui valutare la spline;

come dati di output: il vettore contenente i valori $y_i = S_3(x_i)$
4. Utilizzare la function costruita nel punto 1) per determinare se la seguente matrice è simmetrica e definita positiva:

$$\begin{pmatrix} 1 & 17 & 0 & 0 & 0 \\ 17 & 22 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

stampare il risultato dell'esecuzione;

5. Calcolare con la function costruita nel punto 3), la spline cubica interpolante i seguenti nodi:

```
xnodi = [0 10 20 30 40]
fnodi = [30.42 38.51 48.21 59.74 73.32]
```

Stampare il grafico contenente i nodi, i valori della spline naturale interpolante e i valori della spline interpolante valutata dalla function Matlab spline. Tenendo conto che nei punti $x = (5, 15, 25, 35)$, la funzione dovrebbe assumere i valori $y = (34.27, 43.14, 53.73, 66.26)$, quale errore commettiamo valutando la funzione usando la spline naturale interpolante?

6. Verificare la convergenza della spline naturale valutando in 500 punti equidistanti dell'intervallo $[1, 1]$, l'errore commesso dalla spline naturale interpolante in 2,4,8,16,32,64 punti equidistanti nell'intervallo $[1,1]$, la funzione $f(x) = (\exp(x) - \cos(x))/(1 + x^2)$. Stampare il grafico dell'errore al variare di n. Come diminuisce l'errore quando i punti raddoppiano? Eseguire lo stesso esercizio utilizzando le function Matlab spline e polyfit, polyval. Commentare i risultati.